Liste des sujets de la 1ʳᵉ épreuve d'oral
(CAPES 92)

PREMIERE EPREUVE

01 - Cardinal de l'ensemble A^p des p-listes d'éléments d'un ensemble fini A. Dénombrement des arrangements et des permutations. Exemples de situations dont l'étude se ramène aux cas précédents.

02 - Dénombrement des combinaisons. Exemples de situations dont l'étude se ramène à ce cas.

03 - Formule du binôme. Propriétés des coefficients binômiaux. Applications.

04 - Description mathématique d'une expérience aléatoire : ensemble d'épreuves, évènements, probabilité (on se limitera au cas où l'ensemble d'épreuves est fini).

05 - Probabilité conditionnelle ; indépendance de deux événements (on se limitera au cas où l'ensemble d'épreuves est fini). Applications à des calculs de probabilités.

06 - Variable aléatoire à valeurs réelles dont l'ensemble des valeurs est fini. Loi de probabilité. Espérance mathématique, variance. Exemples .

07 - Schéma de Bernoulli, loi binômiale. Espérance mathématique de la loi binômiale. Exemples.

08 - Division euclidienne dans $\mathbb{N}$ et dans $\mathbb{Z}$. Application à l'arithmétique.

09 - Nombres premiers entre eux ; PGCD et PPCM de deux entiers naturels. Applications.

10 - Nombres premiers; existence et unicité de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Infinitude de l'ensemble des nombres premiers. Exemples d'algorithmes de recherche de nombres premiers.

11 - Fonctions polynômes à une variable; critère pour qu'une telle fonction soit nulle. Degré, factorisation par x-a. Applications.

12 - Fonction polynôme du second degré, mise sous forme canonique. Application à l'étude de sens de variation et à la représentation graphique de la fonction. Application : équations et inéquations du second degré.

13 - Somme et produit des racines d'une équation du second degré. Exemples d'applications en algèbre et en géométrie.

14 - Description de l'étude des systèmes linéaires par opérations élémentaires sur les lignes (méthode du pivot). Exemples.

15 - Introduction du corps des nombres complexes ; propriétés (conjugaison, interprétation géométrique...).

16 - Module d'un nombre complexe ; nombres complexes de module 1. Argument d'un nombre complexe non nul, notation $e^{i\theta}$. Applications à la trigonométrie.

17 - Etude de la fonction $t \rightarrow e^{it}$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{C}$; définition de $e^{\lambda t}$, $\lambda \in \mathbb{C}$. Applications à l'analyse.

18 - Racines $n^{\text{ièmes}}$ d'un nombre complexe ; groupe des racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité. Interprétation géométrique; applications.

19 - Module et argument d'un nombre complexe ; interprétation géométrique, lignes de niveau associées. Applications.

20 - Représentation géométrique des nombres complexes ; interprétation géométrique des applications $z \rightarrow z + b$ et $z \rightarrow a\,z$ où a et b appartiennent à $\mathbb{C}$, $a \neq 0$. Exemples d'application à l'étude de configurations géométriques du plan.

21 - Etude des transformations du plan complexe de la forme $z \rightarrow a\,z + b$, où a et b appartiennent à $\mathbb{C}$, $a \neq 0$. Exemples d'applications à l'étude de configurations et de transformations en géométrie plane.

22 - Emploi du calcul vectoriel pour l'étude des droites du plan (génération des droites, des demi-droites, des segments ; parallélisme, points alignés, ...).

23 - Emploi du calcul vectoriel pour l'étude des droites, et des plans dans l'espace (génération, parallélisme, points alignés, points coplanaires, ...).

24 - Enoncé du théorème de Thalès. Projection affine dans le plan et/ou l'espace, projection vectorielle associée ; propriétés et applications.

25 - Equations cartésiennes d'une droite dans le plan ; exemples de méthodes d'obtention.

26 - Equations cartésiennes d'un plan; exemples de méthodes d'obtention.

27 - Interprétation des propriétés du calcul vectoriel dans le langage des configurations (parallélogramme, configuration de Thalès,...) et dans celui des transformations.

28 - Caractérisation des translations et des homothéties du plan par leur effet sur les vecteurs. Applications.

29 - Recherche des homothéties ou des translations du plan transformant une configuration usuelle donnée en une autre (segments, cercles, ...). Applications.

30 - Homothétie plane; transformation vectorielle associée. Invariants élémentaires : effet sur les directions, l'alignement, les distances, ... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

31 - Réflexion du plan échangeant deux points donnés; médiatrice, régionnement associé. Applications au triangle et au cercle (cercle circonscrit, angle inscrit, ...).

32 - Réflexions du plan échangeant deux droites concourantes données, bissectrices. Applications au triangle et au cercle (cercle inscrit, tangentes à un cercle, ...).

33 - Relations métriques et trigonométriques dans le triangle rectangle. Applications.

34 - Propriétés caractéristiques des parallélogrammes ; caractérisation des rectangles, des losanges, des carrés.

35 - Recherche des isométries du plan conservant un parallélogramme, un rectangle, un losange, un carré (ou : un carré, un rectangle, un losange, un parallélogramme ...).

36 - Propriétés géométriques caractérisant le triangle rectangle. Exemples d'applications.

37 - Droites remarquables dans le triangle : médiatrices, hauteurs, médianes, bissectrices...

38 - Réflexions et rotations du plan Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles, l'alignement, ... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

39 - Projection orthogonale sur une droite du plan, projection vectorielle associée. Applications (calculs de distances et d'angles, optimisation, ...).

40 - Définition et propriétés du produit scalaire dans le plan ; expression dans une base orthonormale, application au calcul de distances et d'angles.

41 - Définition et propriétés du déterminant dans une base orthonormale directe du plan orienté; applications géométriques.

42 - Relations métriques et trigonométriques fondamentales dans le triangle. Applications.

43 - Projection orthogonale sur un plan de l'espace, projection vectorielle associée. Exemples d'effet d'une telle projection sur une configuration de l'espace.

44 - Applications du produit scalaire et du produit vectoriel dans l'espace orienté : calculs de distances, angles...

45 - Etude de l'application $M \to \sum_{j=1}^{n} a_j \overrightarrow{MA_j}$. Définition et propriétés du barycentre de n points pondérés. Associativité de la barycentration; application à la détermination de barycentres attachés à des configurations usuelles du plan et/ou de l'espace.

46 - Dans le plan, étude de la fonction $M \to \sum_{j=1}^{n} a_j \overrightarrow{MA_j}^2$ et de ses lignes de niveau. En particulier, transformation de $MA^2 + MB^2$ et $MA^2 - MB^2$; interprétation géométrique.

47 - Composées d'homothéties et de translations dans le plan. Invariants élémentaires : effet sur les directions, les distances, les angles , ... Transformations vectorielles associées. Groupe des homothéties-translations.

48 - Composées de réflexions du plan fixant un point donné. Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles, ... Transformations vectorielles associées. Groupe des isométries fixant un point.

49 - Groupe des isométries du plan; décomposition d'une isométrie en produit de réflexions. Déplacements, antidéplacements. Classification des isométries à partir de l'ensemble des points invariants.

50 - Composées d'homothéties et de déplacements du plan. Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles, ... Transformations vectorielles associées. Groupe des similitudes directes.

51 - Recherche des isométries du plan conservant un polygone régulier ; exemples (triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone...).

52 - Homothéties dans l'espace ; transformation vectorielle associée. Invariants élémentaires : effet sur les directions, l'alignement, les distances, ... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

53 - Réflexion de l'espace échangeant deux points donnés ; plan médiateur, régionnement associé. Etude des isométries de l'espace ayant exactement une droite de points invariants.

54 - Réflexions et rotations de l'espace. Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles, ... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

55 - Recherche des déplacements et des isométries de l'espace conservant un tétraèdre régulier.

56 - Définitions géométrique et par équation réduite de la parabole ; équivalence entre ces définitions. Construction géométrique de la tangente et de la normale en un point.

57 - Définitions géométriques et par équation réduite de l'ellipse ; équivalence entre ces définitions.

58 - Définitions géométriques et par équation réduite de l'hyperbole ; équivalence entre ces définitions.

59 - Méthodes d'obtention et de construction géométrique de la tangente en un point à une ellipse.

60 - Méthode d'obtention et de construction géométrique de la tangente en un point à une hyperbole.

61 - Exemples de représentation paramétrique des coniques; construction géométrique de la tangente et de la normale en un point à une parabole, une ellipse et une hyperbole.

62 - Suites convergentes. Opérations algébriques, composition par une application continue. Comparaison de suites entre elles.

63 - Suites divergentes. Cas des suites admettant une limite infinie : comparaison, opérations algébriques, composition par une application.

64 - Etude des suites de terme général a^n, n^α et $n!$. Croissances comparées. Exemples de comparaison de suites aux suites précédentes.

65 - Limite d'une fonction en un point. Enoncés usuels sur les limites : comparaison, opérations algébriques, composition. Exemples.

66 - Développement limité d'ordre 1 d'une fonction en un point; nombre dérivé. Interprétations de ce nombre. Exemples.

67 - Fonctions dérivées. Opérations algébriques. Dérivée d'une fonction composée, d'une fonction réciproque. Exemples.

68 - Etude locale au voisinage de 0 des fonctions $x \to (1+x)^2$, $x \to (1+x)^3$, $x \to \frac{1}{1+x}$, $x \to \sqrt{1+x}$. Exemples d'emploi des approximations ainsi obtenues pour l'étude de grandeurs géométriques, physiques, économiques, ...

69 - Etude locale au voisinage de 0 de $x \to \ln(1+x)$, $x \to \exp x$, $x \to \sin x$, $x \to \cos x$. Applications.

70 - Application réciproque d'une fonction continue strictement monotone (existence, monotonie, continuité, dérivation). Exemples.

71 - Inégalité des accroissements finis. Exemples d'applications à l'étude des suites et des fonctions.

72 - Emploi du calcul différentiel pour l'étude de la position de la courbe représentative d'une fonction par rapport aux tangentes et aux sécantes.

73 - Applications du calcul différentiel à la recherche d'extréma (maximum et minimum) d'une fonction numérique d'une variable réelle. Exemples.

74 - Primitives d'une fonction continue sur un intervalle; définition et propriétés de l'intégrale, inégalité de la moyenne. Applications.

75 - Intégration par parties, changements de variable affines. Exemples.

76 - Définition et propriétés de la fonction logarithme népérien. Exemples d'intervention.

77 - Définition et propriétés de la fontion exponentielle de base e. Exemples d'intervention.

78 - Définition et propriétés des fonctions exponentielles de base a où $a > 0$. Caractérisation de ces fonctions par leur équation fonctionnelle :

$$f(x+y) = f(x).f(y) .$$

79 - Définition et propriétés des fonctions $x \to x^{\alpha}$, où $\alpha \in \mathbb{R}$, caractérisation de ces fonctions par leur équation fonctionnelle :

$$f(x.y) = f(x).f(y) .$$

80 - Croissance comparée des fonctions $x \to \exp x$, $x \to x^{\alpha}$ et $x \to \ln x$ au voisinage de $+\infty$. Applications.

81 - Résolution des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants sans second membre. Exemples.

82 - Caractérisation de la fonction exponentielle $x \to \exp ax$ par l'équation différentielle $y' = a y$. Exemples d'intervention.

83 - Caractérisation des fonctions circulaires $x \to \cos ax$ et $x \to \sin ax$ par l'équation différentielle $y'' + a^2 y = 0$. Exemples d'intervention.

84 - Transformation de l'expression $a \cos x + b \sin x$. Etude des fonctions $x \to a \cos x + b \sin x$. Applications.